Prof. Dr. R. Schrader
Birgit Engels [engels@zpr.uni-koeln.de]

WS 2006/2007

Theoretische Informatik

12. Übung, Abgabe Mittwoch, 24.01.07

Aktuelle Informationen bezüglich der Vorlesung und der Übungen finden sich unter :
http://www.zaik.uni-koeln.de/AFS/teachings/courses/ThInf/index.html und
http://www.zaik.uni-koeln.de/AFS/teachings/courses/ThInf/uebungen.html

Aufgabe 43 (Reguläre Sprachen — 6 Punkte):
Seien L_1 und L_2 reguläre Sprachen über dem Alphabet Σ. Zeigen Sie:

a) $L_1 \cap L_2$ ist regulär.

b) $L = \{w \in \Sigma^* | \exists z \in L_2,\ so\ dass\ wz \in L_1\}$

Aufgabe 44 (Pumping Lemma für Reguläre Mengen — 6 Punkte):
Zeigen Sie mit Hilfe des *Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen*, dass die folgenden Sprachen L_1 und L_2 **nicht** regulär sind. Dazu muss gezeigt werden, dass für keine Länge n der Worte $w \in L_i$ eine Zerlegung für alle längeren Worte in $w = xyz$ gibt, so dass das Pumping Lemma gilt.

a) $L_1 = \{a^{n^2} | a \in \Sigma_1\}$

b) $L_2 = \{a^n x b^m x c^{n+m} | a, b, c \in \Sigma_2\}$

Aufgabe 45 (Reguläre Mengen, NFAs, DFAs, minimale DFAs — 8 Punkte):
Mit Hilfe folgender Teilkonstrukte kann ein regulärer Ausdruck a direkt in einen nichtdeterministischen endlichen Automaten M umgewandelt werden: Zunächst verbindet eine Kante Start- und Endzustand, die mit dem gesamten Ausdruck a beschriftet ist. Dieser wird entsprechdend der untenstehenden Konstrukte immer weiter zerlegt, bis nur noch die erlaubten Kantenbeschriftungen d.h. Elemente aus einem entsprechend gewählten Σ vorhanden sind. Die Sprache $L(M)$ entspricht dabei der beschriebenen regulären Menge.

Bitte wenden!

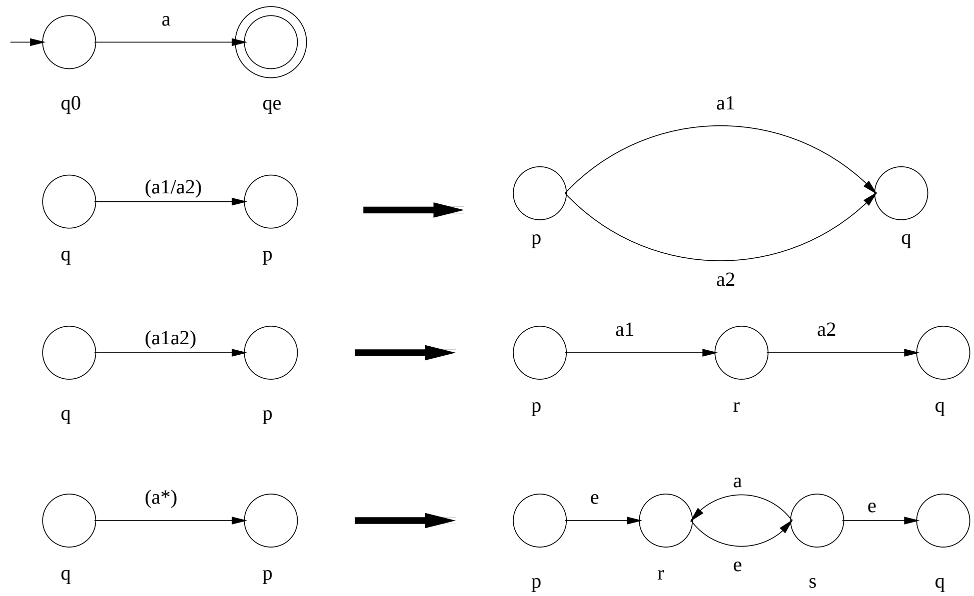

Abbildung 1: Hier ist als ϵ, d.h. als spontaner Übergang ohne Lesen eines Zeichens zu sehen.

a) Konstruieren Sie einen NEA M, der die reguläre Menge der auf 2 Stellen hinter dem Komma gerundeten Dezimalzahlen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, \ldots, 9\} \cup \{,\}$ erkennt:

$$(0|(1|\ldots|9)(0|1|\ldots|9)^*), (0|1|\ldots|9)^2.$$

b) Konstruieren Sie einen DEA M' mit $L(M') = L(M)$

c) Wandeln Sie M' in den minimierten DEA M'' um bzw. zeigen Sie durch Anwendung des Minimierungsalgorithmus aus der Vorlesung, dass M' minimal ist..

Aufgabe 46 (Grammatiken — 3 Punkte):
Gegeben die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$, mit $\Sigma = \{(,), a, b, c, d, e, f\}$, $V = \Sigma \cup \{S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$ und P wie folgt:

S	$\rightarrow$	SaS | T
T	$\rightarrow$	TbT | U
U	$\rightarrow$	UcU | UcVbU | Z
V	$\rightarrow$	VaW
W	$\rightarrow$	Wa | Vc
X	$\rightarrow$	YdX
Y	$\rightarrow$	XeY
Z	$\rightarrow$	ZeZ | f | (S)

a) Geben Sie eine Ableitung von $w = ((fbf)e(fcf))$ aus den Produktionsregeln an.

b) Begründen Sie, warum keine Worte über dem Alphabet $\Sigma a, b, c, d, e$, sowie Worte mit unbalancierter Klammerung aus G abzuleiten sind.