

Theoretische Informatik

1. Übung, Abgabe Mittwoch, 25.10.2006

Aktuelle Informationen bezüglich der Vorlesung und der Übungen finden sich unter :
<http://www.zaik.uni-koeln.de/AFS/teachings/courses/ThInf/index.html> und
<http://www.zaik.uni-koeln.de/AFS/teachings/courses/ThInf/uebungen.html>

Befehlsliste	
read	$c(0) \leftarrow e_i$, Lesekopf rückt eins weiter.
write	$a_j \leftarrow c(0)$, Schreibkopf rückt eins weiter.
c-load k	$c(0) \leftarrow k$
load k	$c(0) \leftarrow c(k)$
i-load k	$c(0) \leftarrow c(c(k))$
store k	$c(k) \leftarrow c(0)$
i-store k	$c(c(k)) \leftarrow c(0)$
goto k	$b \leftarrow k$
jumpzero k	if $c(0) = 0$ then $b \leftarrow k$ else $b \leftarrow b + 1$
end	Programm hält.
add k	$c(0) \leftarrow c(0) + c(k)$
sub k	$c(0) \leftarrow \max\{c(0) - c(k), 0\}$
shift	$c(0) \leftarrow \lfloor \frac{c(0)}{2} \rfloor$

Aufgabe 1 (Registermaschinen — 8 Punkte):

Programmieren Sie eine RAM bzw. erstellen Sie eine RAM-Programm (siehe Befehlsliste) mit folgenden Funktionen:

- Einlesen einer Binärzahl und speichern als Dezimalzahl.
- Berechnen von $a \text{ div } b$ für zwei beliebige natürliche Zahlen $a, b \in \mathbf{N}$.
- Berechnen von $a \text{ mod } b$ für zwei beliebige natürliche Zahlen $a, b \in \mathbf{N}$.
- Ausgeben einer gespeicherten Dezimalzahl als Binärzahl.

Für die Lösung von d) kann die Befehlstabelle wie folgt erweitert werden:

Bitte wenden !

Befehlsliste	Erweiterung
$\text{div } k$	$c(0) \leftarrow \left\lfloor \frac{c(0)}{c(k)} \right\rfloor$
$\text{mod } k$	$c(0) \leftarrow c(0) - \left\lfloor \frac{c(0)}{c(k)} \right\rfloor * c(k)$

Turingmaschine	$M = (\Sigma, Q, q_0, F)$
Σ	Bandalphabet $\{0,1,2\}$
Q	Zustandsmenge
q_0	Startzustand
F	Menge der Endzustände
δ	(Zustands-)Übergangsfunktion

Aufgabe 2 (Deterministische Turingmaschinen (DTM) — 3 Punkte):

Geben Sie eine deterministische Turingmaschine $M = (\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$ an, die eine binär codierte Zahl einliest, diese verdoppelt (und) wieder ausgibt (*Linksshift*).

Aufgabe 3 (DTM — 3 Punkte):

Welche Funktion hat folgende Turingmaschine $M = (\Sigma, Q, q_0, F)$?

Zustand:/Bandinhalt:	0	1	2
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_1, 2, L)$
q_1	$(q_1, 1, L)$	$(q_2, 0, L)$	$(q_f, 2, L)$
q_2	$(q_2, 0, L)$	$(q_2, 1, L)$	$(q_e, 2, L)$
q_e	-	-	-
q_f	-	-	-

Aufgabe 4 (Universelle Registermaschinen — 4(+2) Punkte):

Wandeln Sie die Registermaschinen M_b und M_c aus Aufgabe 1a) und 1b) in Eingaben für eine universelle RAM um!

- Geben Sie $G(M_b)$ und $G(M_c)$ sowie $G'(M_b)$ und $G'(M_c)$ an !
- Geben Sie $d(10011101110)$ und $d(00010011101110)$ an. Ist die „Gödelisierung“ eindeutig ?
- Berechnen Sie daraus $d(G'(M_b))$ und $d(G'(M_c))$ (2 Extra-Punkte, s.o. :)!

(*Hinweis:* Legen Sie eine binäre Codierung der Befehlsliste fest und codieren Sie M zunächst binär mit Trennzeichen „2“ ($G(M)$), dann rein binär ($G'(M)$)).