

**9. Übung zur Diskreten Mathematik**  
Besprechung am 20. Juni 2012

**Aufgabe 1:**

Sei  $G = (V, E)$  ein zusammenhängender planarer Graph derart, dass jeder Kreis mindestens 3 Kanten umfasst.

Zeigen Sie: In  $V$  gibt es mindestens drei Knoten mit Knotengrad kleiner 6.

**Aufgabe 2:**

Sei  $G = (V, E)$  ein planarer Graph mit  $|V| \geq 4$ .

Zeigen Sie:

(a) Enthält  $G$  keine Kreise der Länge kleiner gleich 3, so gilt

$$|E| \leq 2|V| - 4.$$

(b) Die Schranke aus Teil (a) ist für alle  $n := |V| \geq 4$  scharf.

**Aufgabe 3:**

Sei  $A$  die Inzidenzmatrix des gerichteten Graphen  $G = (V, E, I)$  und  $S \subseteq E$  eine nichtleere Kantenteilmenge. Sei  $G(S) = (V, S)$  der davon induzierte Graph mit Inzidenzmatrix  $A_S$ .

Zeigen Sie: Wenn die Spalten von  $A_S$  linear unabhängig sind, dann gibt es (mindestens) einen Knoten  $v \in V$ , der mit genau einer Kante  $e \in S$  inzident ist.

**Aufgabe 4:**

In einer kleinen Übungsgruppe mit 5 Studenten bringt jeder Student ein Geschenk in die Übungsgruppe mit. Der Übungsleiter verteilt dann zufällig gleichverteilt die Geschenke an die Studenten. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass kein Student sein eigenes Geschenk zurückbekommt?