Prof. Dr. U. Faigle
M. Heyne, J. Voss

SS 2012

7. Übung zur Diskreten Mathematik

Besprechung am 30. Mai 2012

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ die Menge aller Halbordnungen $P = (\{1, \ldots, n\}, \leq)$, so dass das Faltungsprodukt auf der Inzidenzalgebra $\mathcal{A}(P)$ kommutativ ist.

Aufgabe 2:

Sei $P = (2^N, \subseteq)$ der Potenzmengenverband und ζ die zugehörige Möbiusfunktion. Zeigen sie, dass die Funktionen $\zeta_T : 2^N \to \{0,1\}, T \in 2^N$, definiert durch

$$\zeta_T(S) := \zeta(S, T)\,,$$

eine Basis des Vektorraums aller Funktionen $v : 2^N \to \mathbb{R}$ bilden.

Aufgabe 3:

Sei $P = (2^N, \subseteq)$ der Potenzmengenverband. Zeigen sie, dass für die Funktionen $\chi_T : 2^N \to \{-1, 1\}, T \in 2^N$, definiert durch

$$\chi_T(S) := (-1)^{|S \cap T|}\,,$$

gilt:

$$\sum_{S \in 2^N} \chi_T(S) \cdot \chi_U(S) \neq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad T = U\,.$$

Aufgabe 4:

In einer Gruppe von 140 Leuten sprechen 100 Leute Englisch, 50 Leute Spanisch und 30 Leute Französisch. Außerdem sprechen 10 Leute alle drei Sprachen und 30 Leute keine der drei Sprachen. Wieviele Leute sprechen genau zwei der drei Sprachen?