

## 11. und letzte Übung zur Informatik I

Abgabe am Freitag, den 04.07., 8:00 Uhr im Fach im Keller des Mathematischen  
Instituts (Weyertal 86-90)

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen und Ihre Übungszeit. Es werden  
nur handschriftliche Abgaben akzeptiert.

### Aufgabe 1:

6 Punkte

Zeigen Sie, dass man jeden rot-schwarz-Baum in einen B-Baum der Ordnung 2 überführen kann und umgekehrt. Welche Laufzeit benötigen Sie hierfür?

### Aufgabe 2:

2 + 2 Punkte

Bei vielen Anwendungen ist es notwendig, den Kanten eines Graphen auch negative Gewichte/Entfernungen zuzuordnen. Der Algorithmus von Dijkstra arbeitet dann nicht mehr korrekt.

- (a) Konstruieren Sie ein Beispiel mit einigen negativen Kantengewichten aber keinem negativen Kreis, bei dem Dijkstras Algorithmus scheitert.
- (b) Konstruieren Sie ein Beispiel mit einigen negativen Kantengewichten aber keinem negativen Kreis, das von Dijkstras Algorithmus korrekt gelöst wird.

**Bemerkung:** Ein Kreis ist ein Pfad  $K = (v_1, v_2, \dots, v_k, v_{k+1} = v_1)$  mit  $v_i \neq v_j$  für  $1 \leq i, j \leq k$  und  $k \geq 3$ . Man nennt  $k$  auch die Länge des Kreises. Ein negativer Kreis ist ein Kreis  $K = (v_1, v_2, \dots, v_k, v_{k+1} = v_1)$  mit  $c(K) := \sum_{i=1}^k c(v_i, v_{i+1}) < 0$ .

**Aufgabe 3:**

4 Punkte

Zwischen den Städten Berlin, Frankfurt, Freiburg, Hamburg, Köln, Konstanz und Düsseldorf soll ein (zusätzliches) Telefonnetz errichtet werden, so dass Teilnehmer aus je zwei Städten miteinander telefonieren können. Die Kosteneinheiten für das Verlegen der Leitungen können Sie der Tabelle entnehmen. Geben Sie eine Realisierung mit minimalen Kosten an.

	K	F	FR	HH	B	KN	D
K	-	54	81	29	57	80	-
F	54	-	27	49	19	36	39
FR	81	27	-	75	42	12	35
HH	29	49	75	-	42	82	77
B	57	19	42	42	-	52	57
KN	80	36	12	82	52	-	25
D	-	39	35	77	57	25	-

(Da die Kölner nicht mit den Düsseldorfern kooperieren wollen, kann leider keine Leitung zwischen Köln und Düsseldorf verlegt werden.)

**Aufgabe 4:**

6 Punkte

Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph. Formulieren Sie einen rekursiven Algorithmus in Pseudocode, der für zwei gegebene Knoten  $x$  und  $y$  feststellt, ob es einen Weg von  $x$  nach  $y$  gibt.