

## 8. Übung zur Informatik I

Abgabe am Freitag, den 13.06, 8:00 Uhr im Fach im Keller des Mathematischen  
Instituts (Weyertal 86-90)

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen und Ihre Übungszeit. Es werden  
nur handschriftliche Abgaben akzeptiert.

### Aufgabe 1:

3 Punkte

Beweisen Sie, dass für die  $m$ -te Fibonacci-Zahl  $F_m$  gilt:

$$F_m = \left\lfloor \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^m + \frac{1}{2} \right\rfloor$$

### Aufgabe 2:

3 Punkte

Sei  $A$  ein Alphabet mit den Buchstaben  $A = \{0, 1, \dots, m-1\}$ . Wir betrachten zwei  
Wörter  $k = (k_l, k_{l-1}, \dots, k_1, k_0)$  und  $k' = (k'_n, k'_{n-1}, \dots, k'_1, k'_0)$  über  $A$  mit  $k_0 = k'_0$ .  
Zeigen Sie, dass die beiden Wörter eine Kollision verursachen, wenn als Hashfunktion  
der Größe  $m$  die Divisionsmethode gewählt wird.

### Aufgabe 3:

2 + 3 + 2 Punkte

Die Syntax für die zwei- bis vierstelligen Bezeichner einer einfachen Programmier-  
sprache sie durch die folgende Regel gegeben:

`Bezeichner = Buchstabe[Buchstabe]Ziffer[Ziffer]`

Die eckigen Klammern bedeuten dabei, dass diese Stelle optional ist. Als Buchstaben  
sind alle 26 Großbuchstaben erlaubt und als Ziffern  $\{0, 1, \dots, 9\}$ .

- (a) Wie groß muss eine Hashtabelle mindestens sein, damit keine Kollisionen auf-  
treten?
- (b) Entwerfen Sie eine Hashfunktion, die sämtliche Bezeichner auf eine 220 Plätze  
umfassende Tabelle verteilt und die möglichst einfach zu berechnen ist.
- (c) Testen Sie Ihre Funktion aus (b), indem Sie die folgenden Bezeichner in die Ta-  
belle einfügen:

A1, BB11, Z28, RP7

**Aufgabe 4:**

2 + 2 + 3 Punkte

Betrachten Sie die beiden Hasfunktionen  $h_1$  und  $h_2$  der Größe 3 auf dem Universum  $U = \{I, n, f, o, 1\}$ :

$$h_1(k) = k \bmod 3$$

$$h_2(k) = \lfloor 3(\frac{k}{7} \bmod 1) \rfloor$$

- (a) Übersetzen Sie das Universum nach dem ASCII-Standard in ganze, nichtnegative Zahlen und erstellen Sie die Hashtabelle für  $h_1$  und  $h_2$ .
- (b) Geben Sie eine Hashfunktion  $h_3$  an, so dass die Familie  $H = \{h_1, h_2, h_3\}$  von Hashfunktionen auf  $U$  universell ist.
- (c) Wieviele Funktionen kann eine universelle Familie  $H$  von Hashfunktionen der Größe 3 auf ein Universum  $U$  von 5 Elementen maximal enthalten, wenn man zusätzlich fordert, dass gilt:

$$\forall x, y \in U, x \neq y : |\{h \in H | h(x) = h(y)\}| \leq 1.$$

Wieviele Funktionen muss sie mindestens enthalten?