

6. Übung zur Informatik I

Abgabe am Freitag, den 30.05, 8:00 Uhr im Fach im Keller des Mathematischen Instituts (Weyertal 86-90)

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen und Ihre Übungszeit. Es werden nur handschriftliche Abgaben akzeptiert.

Aufgabe 1:

3 Punkte

Ein Sortieralgorithmus heißt **stabil**, wenn die Sortierreihenfolge von Elementen mit gleichem Sortierschlüssel während des Verfahrens nicht vertauscht wird.

Sind „Insertion Sort“ und „Bubblesort“ stabile Sortierverfahren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: (Inversionen)

1 + 2 + 2 + 2 Punkte

Sei A ein Feld bestehend aus n verschiedenen Einträgen. Das Paar (i, j) ist eine *Inversion* genau dann, wenn $(i < j)$ und $(A[i] > A[j])$.

- Geben Sie die fünf Inversionen des Feldes $(3, 5, 9, 6, 2)$ an.
- Welches Feld mit Einträgen aus der Menge $\{1, 2, \dots, n\}$ hat die meisten Inversionen. Wieviele sind es? Begründung!
- Wie ist die Beziehung zwischen der Laufzeit des Algorithmus *Sortieren durch Einfügen* und der Anzahl der Inversionen in der Eingabefolge? Begründung!
- Skizzieren Sie ein Verfahren, das die Anzahl der Inversionen einer beliebigen Permutation von n Elementen in $\Theta(n \log n)$ Schritten bestimmt. (Tip: Modifikation Mergesort!)

Aufgabe 3:

4 Punkte

Beschreiben Sie einen Algorithmus, mit dem man k aufsteigend sortierte Listen zu einer aufsteigend sortierten Liste verschmelzen kann. Das Verfahren soll eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n \log k)$ haben, dabei sei n die Gesamtzahl der Elemente in allen Inputlisten. Begründen Sie die Laufzeit Ihres Verfahrens.

Aufgabe 4:

3 + 3 Punkte

- (a) Zeigen Sie, daß jeder Sortieralgorithmus, der Elemente jeweils nur um eine Position bewegt, eine Laufzeit in $\Omega(n^2)$ hat. Dabei bezeichne n die Anzahl der zu sortierenden Elemente in der Menge.
- (b) Zeigen Sie: Ein Algorithmus, der nur auf der Basis von Schlüsselvergleichen arbeitet, benötigt im worst-case mindestens $n - 1$ Vergleiche, um zwei sortierte Folgen $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{\frac{n}{2}}$ und $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_{\frac{n}{2}}$ zu einer sortierten Folge $z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_n$ zu verschmelzen.