Prof. Dr. R. Schrader
A. Schulze SS 2008

4. Übung zur Informatik I

Abgabe am Freitag, den 09.05, 8:00 Uhr im Fach im Keller des Mathematischen Instituts (Weyertal 86-90)

Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen und Ihre Übungszeit. Es werden nur handschriftliche Abgaben akzeptiert.

Aufgabe 1: 3 Punkte

Es sei $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ ein Polynom vom Grad n mit $P(x) = P(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Geben Sie ein Verfahren an, das zur Auswertung des Polynoms an der Stelle x_0 mit $n/2 + 1$ Multiplikationen und $n/2$ Additionen auskommt.

Aufgabe 2: 3 Punkte

Geben Sie einen Algorithmus mit worst-case Laufzeit $\mathcal{O}(n \log n)$ an, der folgendes leistet: Für einen gegebene endliche Menge $S \subset \mathbb{Q}$ und eine Zahl $x \in \mathbb{Q}$ wird entschieden, ob es zwei Elemente $a, b \in S$ gibt, deren Summe x ergibt.

Aufgabe 3: 4 + + 1 + 4 + 2 + 3 Punkte Gegeben sei ein Feld $a[0], a[1], \ldots, a[N]$ mit $a[0] = -1$ und $a[i] \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \ldots, N$. Betrachten Sie das folgende Programmstück:

```
Sortieren(int a[], int N) {
   int i, j, hilfe;
   for (i = 2; i <= N; i++) {
      hilfe = a[i]; j = i;
      while (a[j-1] > hilfe) {
         a[j] = a[j-1];
         j = j - 1;
      }
      a[j] = hilfe;
   }
}
```

(a) Beschreiben Sie mit Worten, wie der obige Algorithmus funktioniert, und was er leistet. Wozu dient die Vereinbarung $a[0] = -1$, wie könnte man diese umgehen? Zählen Sie die maximale und minimale Anzahl der durchgeführten Vergleiche $V_{max}(N)$ bzw. $V_{min}(N)$ und die maximale und minimale Anzahl der Bewegungen von Datensätzen $B_{max}(N)$ bzw. $B_{min}(N)$.

(b) Das Paar (i,j) ist eine **Inversion**, falls $i < j$ und $a[i] > a[j]$ ist. Wie korrespondieren die Anzahl der Inversionen der Eingabefolge und die Laufzeit des Algorithmus?

(c) Geben Sie für die nachstehenden Zahlenfolgen die Anzahl der Vergleiche und die Anzahl der Bewegungen in asymptotischer Notation an, und begründen Sie Ihre Aussagen.

   (a) $1, \frac{N}{2}+1, 2, \frac{N}{2}+2, \ldots, \frac{N}{2}, N$ (N gerade)

   (b) $N, 1, N-1, 2, N-2, 3, \ldots, N-\frac{N}{2}+1, \frac{N}{2}$ (N gerade)

   (c) $N, 1, 2, 3, \ldots, N-1$

   (d) $2, 3, 4, \ldots, N, 1$

(d) Ein Sortieralgorithmus heißt **stabil**, wenn die Sortierreihenfolge von Elementen mit gleichem Sortierschlüssel während des Verfahrens nicht vertauscht wird. Untersuchen Sie den Algorithmus auf Stabilität, und überlegen Sie ein Beispiel, für das die Stabilität beim Sortieren ausgenutzt wird.

(e) Was passiert, wenn jedes Element der zu sortierenden Menge nicht nur aus dem Schlüssel, nach dem sortiert wird, sondern aus einem umfangreichen Datensatz besteht? Modifizieren Sie das Verfahren entsprechend, um dieses Problem effizienter zu lösen.