

5. Übung zur Mathematik des Operation Research

Abgabe bis Donnerstag 10.05.2007 8:15 Uhr

Aufgabe 1: (LP-Formulierung)

8 Punkte

Eine Raffinerie produziert zwei Sorten Flugbenzin. Die Sorte L hat eine niedrige Oktanzahl, Sorte H eine hohe. Beide Sorten werden aus vier verschiedenen Zwischenprodukten hergestellt, Alkylat, katalytisches Benzin, Rohbenzin und Isopentan. Überschüsse dieser Zwischenprodukte, gehen in die Autobenzinproduktion. Die beiden Sorten Flugbenzin müssen bestimmte Qualitätsanforderungen entsprechen. Abhängig von der Sorte darf ein gewisser Dampfdruck VP nicht überschritten und eine minimale Oktanzahl ON nicht unterschritten werden. Für beide Sorten gibt es eine tägliche Nachfrage; es muss täglich für jede der beiden Sorten genau so viel produziert werden, wie nachgefragt wird. Tabelle 1 beschreibt die Anforderungen an den Dampfdruck VP und die Oktanzahl ON für die beiden Sorten Flugbenzin, die tägliche Nachfrage und die Verkaufserlöse pro Barrel. Bekannt sind die Daten für den Dampfdruck und die Oktanzahl der verarbeiteten Zwischenprodukte. Die Oktanzahl kann durch Zugabe kleiner Mengen Bleitetraethyl TEL erhöht werden. Die Oktanzahl steigt aber nicht linear mit der zugegebenen Menge TEL . Um diese Nichtlinearität behandeln zu können, nehmen wir an, dass das Flugbenzin L mit 1,2 ml TEL pro Gallone versetzt wird, H mit 4 ml pro Gallone. Tabelle 2 gibt einen Überblick über Dampfdruck und Oktanzahl der Zwischenprodukte versetzt mit 1,2 und 4 ml TEL pro Gallone, die täglich in der Raffinerie produzierten mengen und die Herstellungskosten.

Produkt	VP	ON	Nachfrage in Bbl/Tag	Verkaufserlös in \$/Bbl
Flugbenzin L	7	90	1300	6,50
Flugbenzin H	7	100	800	7,50
Autobenzin	-	-	unbegrenzt	-

Zwischenprodukt	VP	ON bei 1,2 ml TEL	ON bei 4 ml TEL	Produktion in Bbl/Tag	Kosten in \$/Bbl
Alkylat	5	98	108	700	7,20
kat. Benzin	6,5	87	94	600	4,35
Rohbenzin	4	80	87	900	3,80
Isopentan	18	100	108	500	4,30

Das Problem besteht nun daraus, zu entscheiden, welche Mengen jeden Zwischenproduktes mit den genannten Eigenschaften zur Produktion von Flugbenzin L bzw. H verwendet wird. Von beiden Sorten muss dabei täglich genau so viel produziert werden, wie nachgefragt wird. Maximiert werden soll der Gewinn, d.h. die Differenz zwischen Erlösen und Kosten. Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm.

Aufgabe 2: (LP-Formulierung)**4 Punkte**

Geben Sie Bedingungen an s und t an, die sowohl notwendig als auch hinreichend dafür sind, dass das lineare Programm

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 + x_2 \\ \text{subject to} & sx_1 + tx_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (a) *mindestens eine* Optimallösung besitzt,
- (b) *genau eine* Optimallösung besitzt,
- (c) *keine* Lösung besitzt,
- (d) unbeschränkt ist.

Aufgabe 3: (LP-Formulierung)**4 Punkte**

Schreiben Sie das folgende Problem als lineares Programm:

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & \max\{c^T x + c_0, d^T x + d_0\} \\ \text{subject to} & Ax \leq b \end{array}$$